

10.2.25

Фамилия Мамонкин

Имя Иван

Отчество Александрович

Образовательное учреждение

ГБОУ "Гимназия №1 им. А.С. Пушкина"

Класс 10-Б

Класс, за который выполнялось задание 10

Фамилия Имя Отчество учителя/ тренера (полностью!)

Редкина Елена Петровна

10.10

10.9.

Шифр

10.2.25

Пусть S - сумма всех простых чисел $< n$.

Тогда, если S делится на n , то пусть $\frac{S}{n} = x$.

S и n взаимно просты тогда если S делится на n .

Тогда, $n = \frac{S}{x}$. Пусть a_1, a_2, \dots, a_m - простые числа $< n$.

Тогда, $a_m < \frac{S}{x}$

$\frac{S - a_m \cdot x}{x} > 0$ Тогда, если $a_m \cdot x > S$, то $\frac{S - a_m \cdot x}{x} < 0$, т.к. $x > 0$.

Следовательно, если $a_m \cdot x > S$, то $n \neq \frac{S}{x} \Rightarrow S$ не делится на n ни при каком x .

$$a_m \cdot x > S$$

$$x > \frac{S}{a_m}$$

Если $x > \frac{S}{a_m}$, то S взаимно простое с $n \Rightarrow$ существует

такое n , при котором S взаимно простое с n .

10.10. $\triangle ABC$

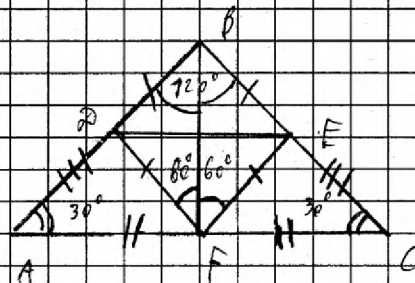
$$\angle A = \angle C = 30^\circ$$

$$D, E, F \in AB, BC, AC$$

$$\angle BFD = \angle BFE = 60^\circ$$

$$P_{\triangle ABC} = p; P_{\triangle DEF} = p_1$$

$$\text{Док-м: } p \leq 2p_1$$



Пусть F - середина AC , тогда

Пусть DE, EF, DF - средние линии $\triangle ABC$, тогда

$P_{\triangle DEF}$ - минимальна, т.к. DF и FE имеют минимальную общую длину, тогда $DE = \frac{1}{2} AC$; $EF = \frac{1}{2} AB$; $DF = \frac{1}{2} BC$

$$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = p$$

$$P_{\triangle DEF} = DE + EF + DF = \frac{1}{2}(AC + BC + AB) = \frac{1}{2}p = p_1 \Rightarrow p = 2p_1$$

т.к. p_1 минимальна, то $p \leq 2p_1$

10.8.

Шифр

10.2.25

В начале разместим фигуру в левом верхнем крае доски, т.е.

в координатах (1;1), после этого

в квадрате 10×10 с центром (1;1) можно

будет поставить фигуру либо

только вдоль ^{всей} строки, либо только

вдоль всего столбца. Заполнение

столбца и строки дают одинаковое количество

фигур, так как доска имеет размеры

1000×1000 т.е. имеет форму квадрата,

поэтому рассмотрим только 1 случай и это

случай расстановки фигур ^{подряд} вдоль строки.

После расстановки фигур вдоль строки 1,

строки 2-10 находятся под ударом. Для

оставшихся частей доски применим такой же

случай. Он будет давать большее количество фигур, т.к. на

доске увеличивается количество строк, а не столбцов. После

этого можно будет заполнить n строк, тогда $n-1$ строка

это строка $(n-1) \cdot 10 + 1$; $(n-1) \cdot 10 + 1 \leq 1000$

$$10n - 10 + 1 \leq 1000$$

$$10n \leq 1009 \div 10$$

$$n \leq 100,9$$

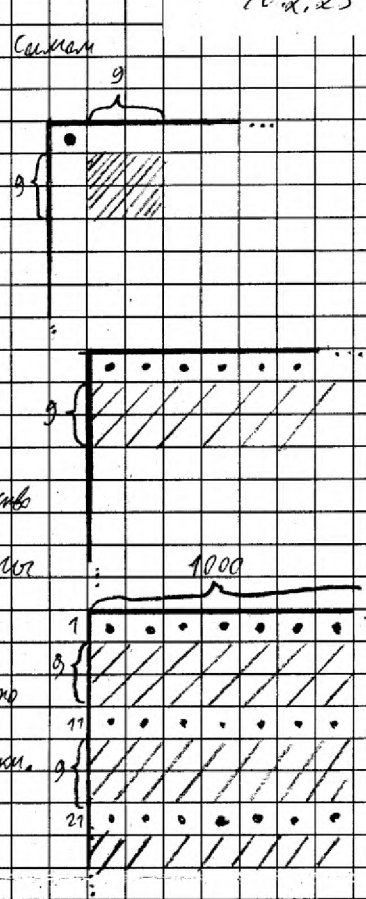
$$n = 100$$

Тогда, всего фигур поставлено $n \cdot 1000 = 100 \cdot 1000 = 100\,000$

ответ: 100000

76

7



10.6.

Каждая дробь можно представить в виде

$$\frac{n-x}{n-(n-x)} =$$

$= \frac{n-x}{x}$, где $x \in [1; n]$, x - натуральное число, тогда

$$\frac{n-x}{x} = \frac{n}{x} - 1. \text{ Пусть } \frac{n}{d} = k, \text{ тогда когда } \frac{n}{x} = k; \frac{n}{x} - 1 = \frac{n}{k} - 1 = d - 1$$

$\frac{n}{x} = \frac{n}{k}$, когда $x = k = \frac{n}{d}$. Поскольку n делится на d , то $\frac{n}{d} = k$ может

быть в промежутке $[1; n]$, следовательно, значение x будет равно k и дробь, в которой $x = k$, будет равна $d-1$. 7

10.7.

У четырёхугольника, составленного из 4 равных прямоугольных треугольников не обязательно есть параллельные стороны. Например, если сложить ^{прямоугольные} треугольники с катетами длиной 1 и 2 и углами $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ следующим образом;

по $\angle BCD = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ \Rightarrow \angle BCD - \text{прямой} \Rightarrow$

$$\Rightarrow BC \perp DC$$

$$\angle AOB = \angle OBC = 30^\circ \Rightarrow AO \parallel BC \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AO \perp DC$$

Продлим AO до пересечения
с DC в точке H

$$\angle AHO = 90^\circ; \angle HAB = 60^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AHO \neq \angle HAB \Rightarrow AB \nparallel DC$$

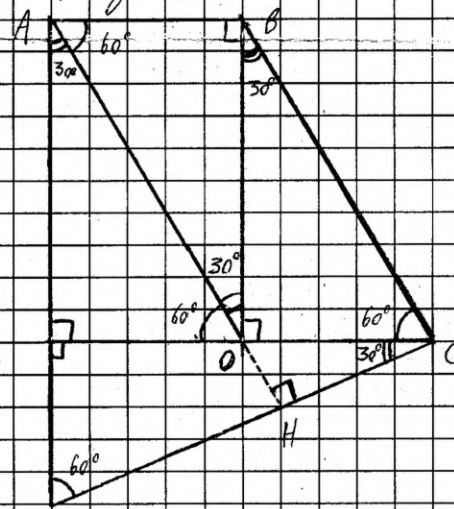
$$OA \perp AD \Rightarrow \text{прямая } BC \perp AD \Rightarrow BC \nparallel AD$$

AB и DC не параллельны

BC и AD не параллельны

\Rightarrow стороны четырёхугольника не параллельны

Ответ: Нет, не верна.



40

75

200	7
201	7
202	7
203	0
204	0
Σ	21

Список участников

- 6 Гринев И. И.
- 7 Грыков Е. В.
- 8 Гринев Е. А.
- 9 Гринев И. И.
- 10 Гринев И. И.

- 6 Бабух В. В.
- 7 Лубова О. В.
- 8 Тугмакова М. И.
- 9 Сагалаз Т. А.
- 10 Харлова Ю. Н.