10.1.23

Фамилия Геллер

Имя Леонид

Отчество Александрович

Образовательное учреждение

ГБОУ „СОШ № 15"

Класс 10

Класс, за который выполнялось задание 10

Фамилия Имя Отчество учителя/ тренера (полностью!)

Харитонова Людмила Валерьевна

10.1.23

1	7
2	7
3	7
4	0
5	0
Σ	21

Чистовик

10.3. Дано: $x^5 - y^3 \geqslant 2x$; $x>0$; $y>0$

Д-ть: $x^3 \geqslant 2y$

Д-во: (от противного)

Предположим, что ~~2y...~~ $x^3 \leqslant 2y$

$-2y \leqslant -x^3 \mid \cdot(-1)$

$2y \geqslant x^3$

$$+\begin{cases} 2y \geqslant x^3 \\ 2\sqrt[3]{x^5-2y} \geqslant 2y \end{cases}$$

$\cancel{2y} + 2\sqrt[3]{x^5-2x} \geqslant x^3 + \cancel{2y}$

$2\sqrt[3]{x^5-2x} \geqslant x^3 \quad \uparrow^3$

$8(x^5-2x) \geqslant x^9$

$8x^5 - 16x \geqslant x^9$

$x^9 - 8x^5 + 16x \leqslant 0.$ $(x>0; y>0)$

$x^5 - y^3 \geqslant 2x$

$y^3 \leqslant x^5 - 2x$ $\begin{pmatrix} x>0 \\ y>0 \end{pmatrix}$

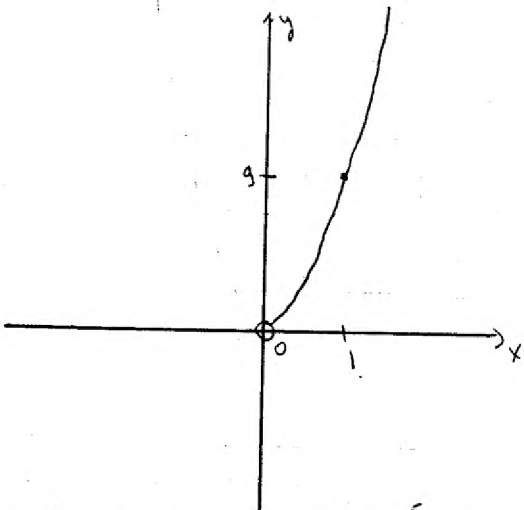
$y \leqslant \sqrt[3]{x^5-2x}$

$2y \leqslant 2\sqrt[3]{x^5-2x}$

Построим график $f(x^9-8x^5+16x)$

?

1	7
2	7
3	7
4	0
5	0
Σ	21



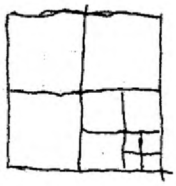
По условию $x>0$ $\Rightarrow$ $f(x^9-8x^5+16x) > 0$

Итак, $f(x^9-8x^5+16x) > 0$ $\Rightarrow$

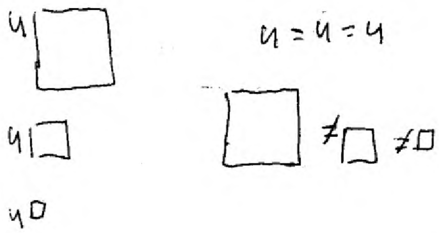
$$\Rightarrow \begin{cases} x^9-8x^5+16x > 0 \\ x^9-8x^5+16x \le 0 \end{cases} \Rightarrow \text{противоречие} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^3 \ge 2y \quad \#$$

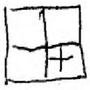
10.1.



Итого:



Примечание:

Если  нельзя считать целым квадратом, ?

то бесконечно деля квадрат в правом нижнем углу мы будем ~~не~~ бесконечно получать 3 квадрата всё меньших размеров*.

10.2. Вася. №1.23

Рассмотрим аналогичную игру с числами от 1 до 18 включительно:

Все варианты хода Пети:

ход 1 - Петя	ход 2 - Вася (необходимый чтобы не проиграть и выиграть)
1	18
2	17
3	16
4	15
5	14
6	13
7	12
8	11
9	18
10	1
11	2
12	3
13	4
14	5
15	6
16	7
17	8
18	9

После ход Васи у Пети не остаётся выбора: какое бы число из оставшихся он ни выбрал, он не образует арифметич. прогрессию, а Вася следующим ходом её образует: например:

1	n	18
1 ход	3 ход	2 ход

$(1 < n < 18)$

4 ход: $\frac{n+18}{2}$ или $\frac{n+1}{2}$ (какое из них будет $\in N$)

(логично, что меньшее число записывается перед большим)

Итак, т.к. $\dfrac{a_{n+k}+a_{n-k}}{2} = a_n$ (свойство арифм. прогрессии)

(n; k - целые в данном случае)

Вася должен поставить такое a_{n+k} или a_{n-k}, натуральным, чтобы a_n для Пети не было ~~целым~~ ($\notin N$)

А дальше, какое бы a_n Петя ни поставил

$$\frac{a_{n+k}+a_n}{2} \quad \text{или} \quad \frac{a_{n-k}+a_n}{2}$$

будет обязательно $\in N$ (целым, натуральным)

Схематично:

I ход - Петя a_1

II ход - Вася a_2, $\dfrac{a_1+a_2}{2} = b$, $b \notin N$, такое a_2 есть для любого a_1 из чисел от 1 до 2018, если $a_2 = 2017 - a_1$

III ход - Петя a_3

$$\frac{a_3+a_1}{2} \quad \text{или} \quad \frac{a_3+a_2}{2}$$

будет $\in N$

IV Вася a_4

$a_4 = \dfrac{a_3+a_1}{2}$ или $a_4 = \dfrac{a_3+a_2}{2}$

Пример:

500 x_2 h x_1 1517 x

a_1 a_3 $a_2 =$ a_4

любое $2017 - a_1 =$

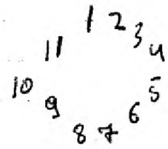
$= 2017 -$
$- 500 =$
$= 1517$

$a_1 a_3 a_2$ - не а.п.

n, 1517, x или 500, x_2, h или x_2, h, 1517 - $\nexists$.

Ответ: победа Васи.

10.5. $n > 10$.

1) 

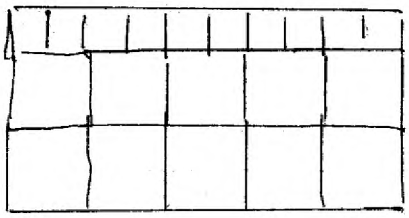
другие варианты могут получиться только отражением/поворотом, так как для завершения круга необходимо, чтобы 2 последовательные наибольшие числа стояли рядом.

Ответ: 1 ~~[illegible]~~ (один) способ.

0б

*К 10.1.

другой вариант:

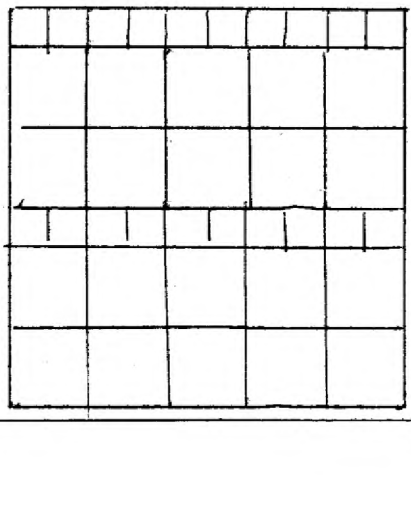
— используя этот элемент → 

можно создать квадрат любых размеров с равным количеством разных квадратиков:

10·k □ и

10·k □.

Например:



← 20 □

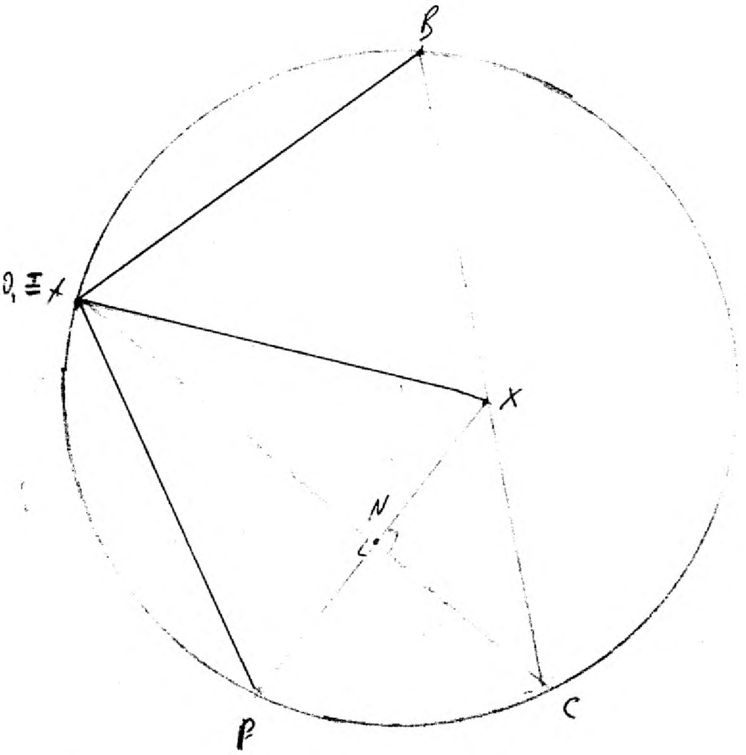
← 20 □

кв. 10×10

7б.

10.4. ↘

л.п.



Дано: O – центр окр. Ω

$\triangle ABX$ – остроуг.

$P \in \smile AC$.

$PX \perp AC$.

Д-ть: O_1 (центр окр., опис. около BXP) $\in$ окр., опис. около ABO.

Д-во: Если принять, что O_1B; O_1X; O_1P – радиусы окружности – с центром в точке O_1, лежащей на окр. Ω.

ОБ

O_1 совпадает с A ($O_1 \equiv A$) $\Rightarrow$ $O_1 \in$ окр. опис. около ABO –

#.

1. Глушакова М.И.
2. Панкеева О.В.
3. Холодова Н.Н.
4. Больбух В.В.
5. Лубова О.В.